

11 Schätzung, Konfidenzintervalle und p-Werte

11.1 P-Werte für einen Mittelwert

Die Zufallsvariable \mathcal{X} habe die Standardabweichung 15. Wir stellen die Null-Hypothese auf, dass der Mittelwert von \mathcal{X} gleich 50 ist, und testen diese Hypothese mit 64 Messungen. Angenommen, der Mittelwert unserer Stichprobe ist eine der folgenden Zahlen:

1. 52,
2. 54,
3. 56.

Ermitteln Sie für jeden der drei Fälle den p-Wert der Null-Hypothese.

Welchen Einfluss hat die Annahme, dass \mathcal{X} normalverteilt ist oder nicht, auf Ihre Antwort?

10.2 Konfidenzintervalle und p-Werte bei Messfehlern

Ein Ingenieur nimmt Messungen an einem Werkstück vor. Die Werte, die sein Messgerät liefert, haben einen Fehler, der normalverteilt ist mit Mittelwert 0 und Standardabweichung 0,2. Der Ingenieur misst das Werkstück 5 Mal und das Gerät liefert die Werte

3,152, 3,139, 3,162, 3,147, 3,144.

Sie haben in einer früheren Aufgabe (siehe Blatt 10) schon das 95%- und das 99%-Konfidenzintervall für die tatsächliche Größe bestimmt.

- Berechnen Sie den p-Wert für die Hypothese $H_0 : \mu = 3,0$.
- Berechnen Sie den p-Wert für die Hypothese $H_0 : \mu \leq 3,0$.
- Wie würden Sie Ihre Antworten ändern, wenn die Standardabweichung unbekannt wäre?

Hinweis: Verwenden Sie R, um den Stichprobenmittelwert und die -varianz zu berechnen:

1. Definieren Sie einen Vektor mit den Messwerten:

```
MEAS = c(3.152, 3.139, 3.162, 3.147, 3.144)
```

Die Funktion `c(.)` wird als “concatenate” gelesen und verkettet die Eingabe zu einem Vektor.

2. Ermitteln Sie den Stichprobenmittelwert und die Stichprobenvarianz des Vektors mit Hilfe der Funktionen

`smean = mean (MEAS)`

`svar = var (MEAS)`

Um die Standardabweichung der Stichprobe zu erhalten, ziehen Sie die Quadratwurzel aus der Stichprobenvarianz mit Hilfe der Funktion `sqrt (.)`.

11.3 Gehälter von Ingenieuren

In einer Zufallsstichprobe von 16 Ingenieuren beträgt das durchschnittliche Jahresgehalt 62 100 €, mit einer Standardabweichung der Stichprobe von $S = 22\,713$ €.

1. Bestimmen Sie für ein Konfidenzniveau von 95% das zweiseitige sowie das obere und untere einseitige Konfidenzintervall für das mittlere Gehalt aller Ingenieure.
2. Berechnen Sie den p-Wert für die Hypothese $H_0: \mu = 50\,000$.
3. Berechnen Sie den p-Wert für die Hypothese $H_0: \mu \leq 50\,000$.