18. Gleichverteilung

An einer Haltestelle vor der Universität halten Busse der Linien 1 und 2. Beide Linien fahren im 12-Minuten-Takt, wobei Linie 1 immer 3 Minuten vor Linie 2 fährt. Ein Student kommt zufällig im Sinne einer stetigen Wahrscheinlichkeit-Verteilung bei der Haltestelle an.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Bus zur Linie 1 gehört?

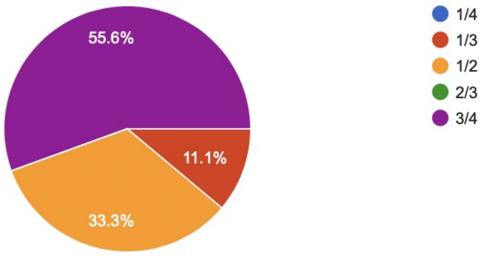
- ○ 1/4
- ○ 1/3
- ○ 1/2
- ○ 2/3
- ○ 3/4

Wie lange wartet der Student im Mittel, bis der nächste Bus kommt?

- ○ 8.25 Minuten
- ○ 6 Minuten
- ○ 4.5 Minuten
- ○ 3.75 Minuten
- ○ 3 Minuten

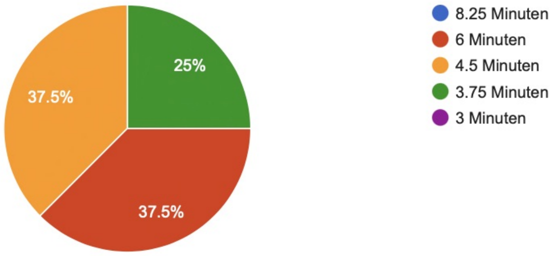
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Bus zur Linie 1 gehört?

9 responses



Wie lange wartet der Student im Mittel, bis der nächste Bus kommt?

8 responses



18. Gleichverteilung

An einer Haltestelle vor der Universität halten Busse der Linien 1 und 2. Beide Linien fahren im 12-Minuten-Takt, wobei Linie 1 immer 3 Minuten vor Linie 2 fährt. Ein Student kommt zufällig im Sinne einer stetigen Wahrscheinlichkeit-Verteilung bei der Haltestelle an.

werner.nutt@gmail.com (not shared) Switch account

wait for Bus 2

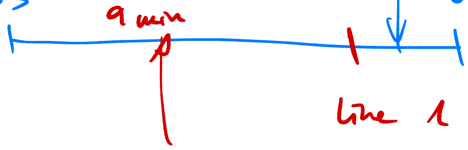
Line 2 leaves

Line 2 leaves

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Bus zur Linie 1 gehört?

8:03

9 min



12 min

Line 1 leaves

wait for Bus 1

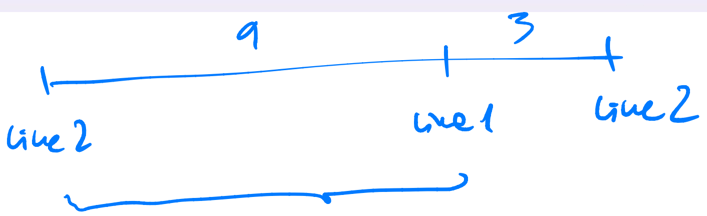
- 1/4
- 1/3
- 1/2
- 2/3
- 3/4 ✗

$\frac{9}{12}$ of the time, next bus is from Line 1

Wie lange wartet der Student im Mittel, bis der nächste Bus kommt?

- ○ 8.25 Minuten
- ○ 6 Minuten
- ○ 4.5 Minuten
- ○ 3.75 Minuten
- ○ 3 Minuten

$$E[X] = E[X \mid \text{next Bus} = \text{line } 1] \cdot P[\text{next Bus} = \text{line } 1]$$
$$E[X \mid \text{next Bus} = \text{line } 2] \cdot P[\text{next Bus} = \text{line } 2]$$
$$= 4.5 \times \frac{3}{4} + 1.5 \times \frac{1}{4}$$
$$= \frac{9}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{27+3}{8}$$
$$= \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$$
$$= 3.75$$



$$E[X \mid \text{next Bus} = \text{line } 1] = 4.5$$
$$E[X \mid \text{next Bus} = \text{line } 2] = 1.5$$

Rules for exponentiation:

- $$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

$(*)$ $f(m+n) = f(m) \cdot f(n)$

when extending exponentiation to values other than natural numbers, we want $(*)$ to hold

a^0 $\qquad a^m = a^{m+0} = a^m \cdot a^0$
$$\Rightarrow a^0 = 1$$

a^{-m} $\qquad a^m \cdot a^{-m} = a^{m+(-m)} = a^0 = 1$
$$\Rightarrow a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$a^{\frac{1}{n}}$ $\qquad a = a^1 = a^{\overbrace{\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\dots\frac{1}{n}}^{}_{n \text{ times}}} = \underbrace{a^{1/n} \cdot \dots \cdot a^{1/n}}_{n \text{ times}}$
$$= \left(a^{1/n}\right)^n$$
$$\Rightarrow a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$$

$$f(0) = 1$$

$$f' = f$$

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$

$$f'(x) = X \quad a_1 + 2a_2 x + \dots + n \cdot a_n \cdot x^{n-1}$$

$$f^{(n+1)} = 0$$

$\Rightarrow$ f cannot be a polynomial

Power series:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + a_{n+1} x^{n+1} + \dots$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$