

## 2 Satz von Bayes und Unabhängigkeit

### 2.1 Welche Farbe hatte das Taxi?

Ein Taxi war in der Nacht an einem Unfall beteiligt und der Fahrer flüchtete. Zwei Taxiunternehmen sind in der Stadt tätig, eins mit grünen und ein anderes mit blauen Fahrzeugen.

Wir verfügen über folgende Informationen:

- 85% der Taxis in der Stadt sind grün und 15% blau.
- Ein Zeuge identifizierte das Taxi als blau. Das Gericht prüfte die Zuverlässigkeit des Zeugen unter denselben Umständen wie am Unfalltag und stellte fest, dass der Zeuge jede der beiden Farben in 80% der Fälle richtig erkannte und in 20% der Fälle nicht.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das am Unfall beteiligte Taxi blau war?

### 2.2 Unabhängigkeit beim Würfeln

Wir werfen zwei faire Würfel. Es sei  $W_1$  die Zahl auf dem ersten Würfel und  $W_2$  die auf dem zweiten. Wir betrachten die folgenden Ereignisse:

$$\mathcal{S}_4 = \text{„}W_1 + W_2 = 4\text{“}$$

$$\mathcal{S}_5 = \text{„}W_1 + W_2 = 5\text{“}$$

$$\mathcal{G}_1 = \text{„}W_1 \text{ ist gerade}\text{“}$$

$$\mathcal{S}_g = \text{„}W_1 + W_2 \text{ ist gerade}\text{“}.$$

Stellen Sie für jede Kombination von zwei Ereignissen fest, ob sie unabhängig sind oder nicht.

### 2.3 Rangfolgen bei einer Prüfung

Vier Männer und drei Frauen werden nach ihrer Punktzahl in einer Prüfung eingestuft. Wir nehmen an, dass die Teilnehmer alle unterschiedliche Noten erhalten und alle Rangfolgen gleich wahrscheinlich sind. Der höchste Rang ist 1, der niedrigste 7. Wir bezeichnen mit  $\mathcal{X}$  den niedrigsten von einer Frau erreichten Rang.

Bestimmen Sie  $P(\mathcal{X} = i)$  für alle  $i$  mit  $1 \leq i \leq 7$ .

## 2.4 Geburtstage

Wir wollen die folgende Frage untersuchen:

Wir betrachten eine Gruppe von 23 nicht verwandten Personen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben?

Hier sind einige Tipps, wie Sie vorgehen können:

- Betrachten Sie das komplementäre Problem: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine zwei Personen den gleichen Geburtstag haben?
- Lösen Sie das komplementäre Problem zunächst für 2 und 3 Personen. Verallgemeinern Sie die Lösung dann auf eine beliebige Zahl  $n$ .
- Entwickeln Sie eine Formel, die die Wahrscheinlichkeit ausdrückt, dass keine zwei Personen den gleichen Geburtstag haben. Für welche Werte von  $n$  ist Ihre Formel korrekt?
- Überlegen Sie, wie Sie die Formel in einem Programm implementieren können.