

1 Wahrscheinlichkeiten

1.1 Menschen im Fahrstuhl

Ein Gebäude hat ein Erdgeschoss und vier Stockwerke darüber. Vier Personen steigen im Erdgeschoss in einen Fahrstuhl ein. Für jede Person ist es gleich wahrscheinlich, dass sie in einem der Stockwerke aussteigt. Ob eine Person aussteigt hängt nicht davon ab, dass eine andere Person auch aussteigt.

Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle vier im selben Stockwerk aussteigen?

Tipp 1: Modellieren Sie zunächst den Stichprobenraum \mathcal{S} . Wie können Sie das Ergebnis einer gemeinsamen Fahrt mit dem Fahrstuhl darstellen? Was ist die Kardinalität von \mathcal{S} ?

Tipp 2: Beschreiben Sie dann das interessierende Ereignis als Teilmenge \mathcal{E} von \mathcal{S} und bestimmen Sie die Kardinalität von \mathcal{E} .

1.2 Münzwürfe

Ein Experiment besteht darin, viermal eine faire Münze zu werfen.

1. Geben Sie eine formale Beschreibung des Stichprobenraums.

Tipp: Was ist ein mögliches Ergebnis dieses Experiments? Wie können Sie es mathematisch modellieren? Denken Sie an das Werfen von mehreren Würfeln.

2. Beschreiben Sie für jedes $k = 0, 1, \dots, 4$, das Ereignis

$$\mathcal{E}_k = \text{„Es wurde } k\text{-mal Kopf geworfen“}$$

als eine Teilmenge des Stichprobenraums.

3. Wie viele Ergebnisse umfasst \mathcal{E}_k ? Angenommen, die Wahrscheinlichkeit für jedes Ergebnis ist gleich (faire Münze!), wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für jedes der Ereignisse $\mathcal{E}_0, \dots, \mathcal{E}_4$?
4. Es sei jetzt n eine beliebige positive ganze Zahl. Für $k = 0, 1, \dots, n$ seien die Ereignisse \mathcal{E}_k definiert wie vorher, allerdings in Bezug auf das Experiment mit n Münzwürfen.
 - Wie modellieren Sie den Stichprobenraum in diesem Fall?
 - Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit $P(\mathcal{E}_k)$?

1.3 Reihen von Kugeln

Drei rote, vier grüne und vier blaue Kugeln sind in zufälliger Folge aufgereiht (d.h. jede Reihenfolge ist gleich wahrscheinlich).

1. Wie viele Möglichkeiten gibt es, diese Kugeln anzuordnen, wenn wir alle Kugeln unterscheiden können? (Nehmen wir zum Beispiel an, dass jede Kugel eine Zahl zwischen 1 und 11 trägt.)
2. Ändert sich die Antwort, wenn wir annehmen, dass wir Kugeln gleicher Farbe nicht unterscheiden können?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer zufälligen Anordnung alle Kugeln einer Farbe zusammen liegen, d.h. zuerst kommen alle Kugeln einer Farbe, dann die einer anderen Farbe und schließlich alle Kugeln der dritten Farbe?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die letzten drei Kugeln rot sind?
5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die letzten beiden Kugeln rot sind, wenn man weiß, dass die dritte Kugel grün ist?
6. Wenn die neunte Kugel blau ist, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass die letzten drei Kugeln blau sind?
7. Wenn die neunte Kugel grün ist, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass die letzten drei Kugeln blau sind?